

Уважаемые участники олимпиады,

Перед тем как приступить непосредственно к решению задач – прочтите, пожалуйста, правила и рекомендации, подготовленные жюри специально для вас.

Правила и рекомендации для участников олимпиады

1. **Что можно иметь на столе?** При себе можно иметь ручку (чёрную или синюю), линейку, карандаш, цветные карандаши или фломастеры, точилку, ластик, обыкновенный калькулятор, ваш личный вариант заданий и бланк для решений, бутылку с водой и шоколадку.
2. **Можно оставить телефон в кармане?** В течение всей олимпиады не допускается использование и наличие при себе (в карманах) мобильных устройств, умных часов и прочих средств связи, а также программируемых калькуляторов. Их можно положить в закрытую сумку в выключенном состоянии. При нарушении этого правила участник может быть удалён из аудитории, а его работа – аннулирована без права обжалования.
3. **Чего ещё нельзя делать?** В течение всей олимпиады не допускается общение с другими участниками. За разговоры, передачу записок и другие подобные действия участник может быть удалён из аудитории, а его работа – аннулирована без права обжалования.
4. **Чем писать?** Решения и ответы записывать необходимо только ручкой. Использование карандашей допускается только при рисовании графиков, если имеется такая необходимость. Решения, записанные карандашами, проверяться не будут.
5. **Что можно писать?** В работе не допускаются никакие другие записи и рисунки кроме как решения задач и графики к ним. При наличии любых посторонних рисунков или записей работа может быть аннулирована полностью, т.к. они могут служить условным сигналом для идентификации личности кому-либо из организаторов или членов жюри.
6. **Есть ли черновик, проверяется ли он?** У каждого из вас есть бланк с листами для решений. Обратную сторону каждого листа вы можете использовать в качестве черновика. Черновики (=оборотные стороны листов) проверяться не будут, поэтому не забудьте перенести решения из черновика в чистовик. Если для решения вам потребуется больше одной страницы – используйте новый лист и указывайте номер листа, на котором членам жюри нужно искать продолжение решения.
7. **У меня есть больше одного решения, что делать?** При наличии нескольких решений в работе проверяется только первое, поэтому не забудьте зачеркнуть всё лишнее.
8. **Мне нужно сделать исправление, как?** Если вам необходимо зачеркнуть большой кусок решения, перечеркните его, пожалуйста, двумя линиями – крестом. Если вы передумаете и решите, что зачеркнутую ранее часть решения все-таки стоит отдать на суд жюри – припишите рядом с зачеркнутой частью «Считать не зачёркнутой» и подчеркните эту надпись. Если Вы снова передумаете – зачеркните надпись, тогда эта часть решения проверяться не будет.
9. **А что если у меня остались вопросы?** Если у вас появился вопрос по условию, вы обнаружили опечатку, вам стало плохо, вам нужно выйти и т.д. – поднимите руку. К Вам подойдёт организатор в вашей аудитории, и ответит на ваши вопросы или пригласит того, кто сможет Вам помочь.
10. **Что-нибудь ещё?** Мы советуем участникам сначала быстро ознакомиться со всеми задачами, чтобы оптимально распределить свои усилия между ними, а затем уже приступать к решению. Не волнуйтесь и не переживайте, не обязательно решить все задания – главное не упустить те из них, в которых вы можете показать себя наилучшим образом.

Успехов!

Задача 1, «Главное – не перетрудиться» – 20 баллов

Незнайка решает, кем он хочет быть в будущем. Сегодня ему исполнилось 10 лет, и он решил, что пора выбрать одну из следующих альтернатив:

- 1) Он может не идти учиться и вместо этого собирать ягоды и продавать их на рынке. Такая работа будет приносить ему 100 сантиков в месяц.
- 2) Он может пойти получать среднее образование. Тогда через 5 лет он сможет стать электриком и помогать Винтику и Шпунтику. Такая работа будет приносить ему 2 фертинга и 50 сантиков в месяц.
- 3) Ну и наконец, Незнайка может пойти учиться в университет. Тогда через 10 лет он сможет стать программистом и зарабатывать 4 фертинга в месяц.

Во время обучения Незнайка не может работать. Какую работу стоит выбрать Незнайке, если он хочет заработать как можно больше денег и перестать работать в 25 лет (10 баллов)? А если в 30 лет (10 баллов)?

Справка: 100 сантиков составляют фертинг.

Решение:

Нужно посчитать сколько Незнайка заработает в каждом из случаев.

В общем виде выгода от определённого вида занятости выглядит так:

$$\text{Зарплата в месяц} * 12 * \text{количество лет работы}$$

Тогда, для каждого вида деятельности (в фертингах) для пункта 1) :

(3 балла) Собирать ягоды: $1 * 12 * (25 - 10) = 180$

(3 балла) Работать электриком: $2.5 * 12 * (25 - 15) = 300$

(3 балла) Работать программистом: $4 * 12 * (25 - 20) = 240$

(1 балл) Вывод о том, что работать электриком выгоднее всего.

При отсутствии вычислений для любого из типов работ – максимум за пункт 5 баллов

Тогда, для каждого вида деятельности (в фертингах) для пункта 2) :

(3 балла) Собирать ягоды: $1 * 12 * (30 - 10) = 240$

(3 балла) Работать электриком: $2.5 * 12 * (30 - 15) = 450$

(3 балла) Работать программистом: $4 * 12 * (30 - 20) = 480$

(1 балл) Вывод о том, что работать программистом выгоднее всего.

При отсутствии вычислений для любого из типов работ – максимум за пункт 5 баллов

*Упоминание о том, что собирать ягоды не может стать самым выгодным занятием при удлинении срока работы эквивалентно вычислению дохода.

Задача 2, «Дядя Фёдор, Пёс и Ко» – 25 баллов

Дядя Фёдор, кот Матроскин, пёс Шарик и почтальон Печкин вместе ходят в школу. В качестве домашнего задания им задали разбиться на группы из двух человек, решить 20 задач и написать сочинение на 10 страниц (распределить задачи и страницы в паре ученики могут как угодно – могут даже поделить одну и ту же задачу или страницу сочинения в любой пропорции). Способности дяди Фёдора и его друзей представлены в таблице:

	Количество задач за час	Количество страниц за час
Дядя Фёдор	10	5
Кот	20	10
Пёс	5	5
Печкин	5	10

- 1) (7 баллов) Право выбирать себе пару первым выпало дяде Фёдору. Дядя Фёдор принимает решение, исходя из желания потратить на домашнее задание как можно меньше времени. С кем он объединится?
- 2) (13 баллов) Компания подумала ещё разок и решила, что каждый имеет право голоса и что они должны объединиться по обоюдному согласию – кто с кем захочет. Каждый при этом хочет потратить на домашнее задание как можно меньше своего времени. Какой в этом случае получится состав пар? Изменился ли он по сравнению с предыдущим пунктом? Почему?
- 3) (5 баллов) Друзья вспомнили, что собирались на поиски клада. За ним нужно отправиться как можно скорее, но пойдут они все вчетвером, а значит, смогут выйти из дома только когда обе пары закончат с уроками. Если теперь компания заинтересована в том, чтобы все сделали домашнее задание как можно быстрее, каким будет разбиение на пары? Отличается ли оно от предыдущих двух пунктов? Почему?

Решение:

В каждом из пунктов нужно посчитать минимальное время, за которое пары могут сделать домашнее задание, а затем выбрать распределение, подходящее под вопрос задачи.

Пункт 1):

(2 балла) Дядя Фёдор + Кот: поскольку кот в два раза быстрее дяди Фёдора и в решении задач, и в написании сочинения, нам все равно какое из заданий отдать ему в первый час:

Если Кот решает задачи, а дядя Фёдор пишет сочинение, то за час Матроскин решит все задачи, а Фёдор – напишет половину сочинения. Им останется написать 5 страниц сочинения. По условию они могут делить их в любой пропорции. Их суммарная скорость письма – 15 стр/час. Значит, оставшиеся 5 страниц сочинения они вместе одолеют за $\frac{1}{3}$ часа, то есть за 20 минут. Таким образом, они закончат домашнее задание за 1 час 20 минут.

(2 балла) Дядя Фёдор + Пёс: сочинение ДФ и Пёс пишут одинаково хорошо, а вот задачи Фёдор решает в два раза быстрее. Поэтому в первый час Фёдор будет решать задачи, а Пёс писать сочинение.

Тогда за первый час они решат половину задач и напишут половину сочинения, а со вторыми половинами управятся ещё за час. Таким образом, они завершат выполнение задания за 2 часа.

(2 балла) Дядя Фёдор + Печкин: Печкин значительно превосходит Фёдора в написании сочинения, значит в первый час почтальон будет писать, а дядя Фёдор – решать.

За первый час они полностью напишут сочинение и решат 10 задач. Останется ещё 10 задач. С суммарной скоростью работы в 15 задач/час, они закончат за 1 час 40 минут.

Значит, дяде Фёдору выгоднее всего объединиться с Матроскиным (1 балл).

Если финальное время работы посчитано неправильно, но найдено правильное распределение заданий на первый час – ставился 1 балл из 2.

При отсутствии вычислений в этом пункте, но наличии их (конкретно этих трёх) в следующем, решения засчитывались как если бы они были записаны в первом пункте.

При отсутствии нужных вычислений в этом и следующих пунктах:

При наличии хорошего объяснения или рассуждения о том, что у Кота самая большая производительность в обоих предметах, что он быстрее всех выполняет оба задания и подобных полных формулировок ставилось 6 баллов за обоснование ответа и 1 балл за правильный ответ.

При наличии формулировок, подразумевающих перечисленные выше, но неполных – например, «кот самый быстрый/способный, поэтому Фёдору надо объединиться с ним» - ставилось 3 балла за обоснование и 1 балл за правильный ответ.

При наличии ответа без пояснений ставилось 0 баллов.

Пункт 2:

(2 балла) Кот + Пёс: Разрыв в скорости решения задач между Шариком и Матроскиным очень большой – в 4 раза, а вот в сочинении – всего в два, поэтому в первый час Кот будет решать задачи, а Пёс – писать сочинение. Тогда за первый час они выполняют почти всё задание – останется лишь написать 5 страниц сочинения. С этим совместными усилиями со скоростью 15 стр/час они справятся за 20 минут. Суммарное время работы – 1 час 20 мин.

(2 балла) Кот + Печкин: Печкин так же хорош в написании сочинения как и Кот, а вот задачи решает хуже. Значит в первый час им будет выгоднее, если Матроскин решит все задачи, а почтальон полностью напишет русский язык. Таким образом, они уложатся в 1 час.

(2 балла) Пёс + Печкин: задачи Шарик с Печкиным решают одинаково хорошо, а вот сочинение Печкин пишет в два раза быстрее. Значит, в первый час Печкин будет писать сочинение, а Шарик – решать задачи. Тогда они напишут все сочинение и решат 5 задач, останется ещё 15 задач. Они решают задачи со скоростью 10 задач в час, значит на 15 задач они потратят полтора часа. Таким образом, всего им понадобится 2 часа 30 минут.

(4 балла) Получается, что чтобы максимально сэкономить своё время, дядя Фёдор хочет объединиться с Котом, Печкин – тоже с Котом, Шарик – с котом, а Матроскин – с Печкиным.

(2 балла) Поскольку пары образуются по обоюдному согласию, Матроскин и Печкин хотят объединиться друг с другом – они образуют пару. Тогда вторая пара – дядя Фёдор и Шарик.

(1 балл) Ответ изменился в сравнении с предыдущим пунктом, потому что теперь каждый имеет право выбрать для себя наилучшую пару.

Промежуточные критерии аналогичны предыдущему пункту.

Пункт 3):

(2 балла) Теперь герои хотят разбиться так, чтобы все четверо закончили как можно скорее и отправились за кладом. Значит, разумно объединить самого производительного с самым медленным, чтобы они скомпенсировали друг друга.

(1 балл) Таким образом, надо объединить Матроскина с Шариком, а дядю Фёдора с Печкиным. В этом случае Кот и Пёс закончат за 1 час 20 минут, а потом подождут 20 минут ДФ и почтальона, которые закончат за 1 час 40 минут.

(2 балла) Новое разбиение отличается от предыдущих пунктов, поскольку теперь вместо того, чтобы эгоистично думать только о своём времени, герои стараются на благо всей компании в целом.

Задача 3, «Не в деньгах счастье» – 15 баллов

Считается, что важно тратить много денег на подготовку спортсменов, чтобы улучшить результаты на Олимпийских играх. Для подготовки к летней Олимпиаде в Рио Канада и Китай потратили примерно одинаковую сумму (около 150 миллионов долларов). При этом результаты игр для двух стран были различны. Опираясь на данные в таблице и собственную смекалку, объясните, за счёт чего Китай добился большего успеха.

	Канада	Китай
Место на Олимпийских играх в Рио	20	3
Затраты на Олимпиаду	\$150 млн	\$150 млн
Количество золотых медалей	4	26
Количество атлетов	312	400
Население страны	35 млн чел.	1,36 млрд чел.

(Млн – миллион; млрд – миллиард.)

Решение:

(15 баллов) Дело в том, что при равных затратах на спорт можно подготовить одинаковое количество спортсменов. Из таблицы видно, что две страны отправили на олимпиаду примерно одинаковое число атлетов. Но в данном случае важно, из скольких спортсменов можно было выбрать тех, кто поедет на Олимпиаду. Так как в Китае большее население, можно предположить, что и спортсменов там значительно больше, чем в Канаде. Чем больше спортсменов, из которых можно выбирать, тем лучших атлетов можно набрать на Олимпиаду. Таким образом, получается, что Канада выступила хуже Китая, так как северной стране 300 лучших спортсменов по уровню соответствуют гораздо большему количеству спортсменов в поднебесной, которые даже не прошли отбор на олимпиаду внутри страны.

Если объяснение опирается на то, что от Китая спортсменов больше, то ставится 5 баллов, так как это не может объяснить то, что медалей у Китая во много раз больше.

Логичное объяснение, не опирающееся на данные в таблице (если отсутствует какое-либо иное объяснение), заслуживает 4 баллов.

За каждое дополнительное объяснение добавляется 1 балл.

Задача 4, «Салтаны и буяны» – 20 баллов

Царство царя Салтана начало торговать с островом Буяном. Единственный предмет торговли – лапти. В царстве Салтана национальной валютой являются салтаны, а на острове Буяне – буяны. Пара лаптей на острове Буяне стоит 10 буянов, а в царстве Салтана – 5 салтанов.

1. (5 баллов) По какому курсу салтаны будут обмениваться на буяны?
2. (5 баллов) Что произойдёт с обменным курсом, если на острове Буяне усовершенствуют технологию вязания лаптей?
3. (5 баллов) Что произойдёт с обменным курсом, если на острове Буяне войдут в моду валенки?
4. (5 баллов) Что произойдёт с обменным курсом, если царь Салтан введёт экспортную пошлину на лапти (будет собирать налог с каждой пары проданных на Буян лаптей, произведённых в его царстве)?

Решение:

1) Курс должен быть таким, чтобы в обеих странах один и тот же товар продавался за одинаковую сумму в каждой валюте. То есть чтобы стоимость лаптей на Буяне, измеренная в салтанах, была бы такой же, как стоимость лаптей в царстве Салтана, и наоборот. (2 балла за любое объяснение, в достаточно явном виде содержащее эту идею)

Лапти стоят 10 буянов или 5 салтанов, а значит один салтан будет обмениваться на два буяна. Ответ: $1 \text{ С} = 2 \text{ Б}$ (3 балла за правильный численный ответ, даже при отсутствии объяснения)

2) Если на острове Буяне усовершенствуют технологию вязания лаптей, то снизятся издержки производства – каждая пара лаптей станет стоить дешевле в буянах. (3 балла)
Если цена лаптей в буянах падает, за один салтан будут давать меньше буянов. Значит, курс салтана к буянам упадет. (2 балла)

3) Если на Буяне в моду войдут валенки, то меньше людей будет покупать лапти. Значит, раз спрос на лапти упал, цены на них опустят, чтобы сделать лапти более привлекательными для оставшихся покупателей. (3 балла)

Если цена лаптей в буянах упадет, то, как и в пункте 2, курс салтана к буянам снизится. (2 балла)

4) Если царь Салтан введёт экспортную пошлину, то цена лаптей на Буяне вырастет, чтобы покрыть издержки производителей на оплату пошлины. (3 балла)

Тогда за один салтан будут давать больше буянов, а значит курс салтана к буяну вырастет. (2 балла)

В пунктах 2-4 за ответы без объяснений ставилось 0 баллов.

Задача 5, «Экономика должна быть экономной» – 20 баллов

В Высочайшей Экономической Школе и Национальной Школе Экономики стоят одинаковые вендинговые машины (автоматы, в которых за наличные купюры и монеты можно приобрести некоторые товары). ВЭШ – большой университет с несколькими зданиями в центре Москвы и большим количеством бюджетных (бесплатных для студентов) мест, в то время как НШЭ – маленькая частная школа, большинство студентов учатся в ней платно, а кампус расположен за городом. Студенты Совместной программы ВЭШ и НШЭ по экономике учатся по очереди в каждой из школ. Один из них – Биз Несменов – заметил, что одна и та же шоколадка стоит в ВЭШ 45 рублей, а в НШЭ – 50, а одна и та же бутылочка лимонада стоит в ВЭШ 55 рублей, а в НШЭ – 70.

- 1) (15 баллов) С чем в этом случае может быть связана разница в цене одинаковых шоколадок в одинаковых автоматах одной и той же компании?
- 2) (5 баллов) Биз Несменов решил, что нужно заработать на этой ситуации. Как он может это сделать?

Решение:

- 1) Разница в цене может быть связана с следующими факторами:

По условию ВЭШ – большой университет, с несколькими зданиями, в котором должно учиться большое число студентов. НШЭ же маленькая школа, с небольшим числом учащихся. При большом числе покупателей даже с небольшой наценкой можно получить высокую прибыль, а при маленьком для достижения тех же показателей придётся назначить цену чуть выше. Кроме того, большая школа может получать скидки на оптовые закупки (5 баллов за оба аргумента или аргумент о разном числе покупателей сам по себе, 2 балла за аргумент про оптовые закупки при отсутствии указания на разницу в числе покупателей и прибыльность сокращения наценки).

Кроме того, ВЭШ расположена в городе, в то время как кампус НШЭ находится за городом. Значит, разница в цене может быть обусловлена более высокими издержками транспортировки груза в НШЭ на единицу продукции (5 баллов).

Также, согласно условию, в ВЭШ много студентов обучаются бесплатно, в то время как в НШЭ образование платное. Вполне возможно, что люди, которые готовы платить за своё образование, имеют более высокую готовность платить и за другие блага – например, за воду и шоколад (3 балла).

В завершение стоит заметить, что нахождение кампуса за городом может иметь влияние на цену через конкуренцию. В центре города много кафе и магазинов, с которыми по сути конкурируют вендинговые машины. Если поставить в таком месте слишком высокие цены, люди просто не будут покупать сладкое в аппарате и дойдут до ближайшего ларька. За городом же конкуренция может быть значительно ниже, а значит и цены можно немного завесить (2 балла).

Баллы ставились только за полные ответы. Ответ «В ВЭШ цены ниже, потому что там больше студентов» и подобные формулировки по другим пунктам не засчитывались, поскольку в ответе не объяснён механизм влияния упомянутого фактора на цену (можно сказать, это просто переписанное условие задачи).

За мысль о том, что маленькой частной школе нужно прикладывать больше усилий для своего развития, чем большой государственной, поскольку она не получает поддержки, ставился 1 балл.

2) Чтобы заработать на происходящем, Биз Несменов может сыграть на разнице в цене. Если он будет покупать шоколадки и лимонад в ВЭШ по 45 и 55 рублей, а затем продавать их в НШЭ по 49 и 69 (или 49 руб 99 копеек и 69 руб 99 копеек), то его однокурсникам будет выгоднее купить эти товары у него, а не в автомате.

5 баллов ставилось за правильную идею о зарботке и указание правильной цены продажи в ВЭШ.

4 балла ставилось за правильную идею о зарботке и указание цены продажи, близкой к правильной.

3 балла ставилось за правильную идею о зарботке и указание на то, что цена продажи должна быть где-то между ценой в автоматах ВЭШ НШЭ.

1 балл ставился за утверждение «Надо покупать шоколадки и лимонад в ВЭШ и продавать в НШЭ».

За способы сэкономить, например, покупая шоколадки только в ВЭШ, ставилось 0 баллов, поскольку ответ не соответствует вопросы задачи.